Exámenes de Selectividad

Física. Andalucía 2020, Ordinaria

mentoor.es

Ejercicio 1. Campo Gravitatorio

a) **i. ¿Puede ser nulo el campo gravitatorio en alguna región del espacio cercano a dos partículas sabiendo que la masa de una de ellas es el doble que la de la otra?**
ii. ¿Y el potencial gravitatorio?
Razone las respuestas apoyándose en un esquema.

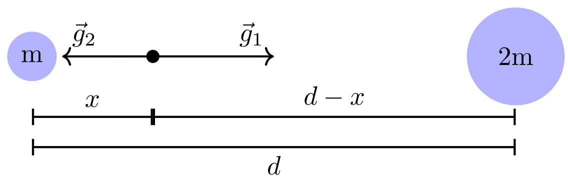
b) **Dos masas de 2 kg y 5 kg se encuentran situadas en los puntos (0,3) m y (4,0) m, respectivamente. Calcule:**
i. El potencial gravitatorio en el origen de coordenadas.
ii. El trabajo necesario para desplazar una masa de 10 kg desde el origen de coordenadas al punto (4,3) m y comente el resultado obtenido.

Dato: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}$

Solución:

a) **i. ¿Puede ser nulo el campo gravitatorio en alguna región del espacio cercano a dos partículas sabiendo que la masa de una de ellas es el doble que la de la otra?**

El campo gravitatorio es una magnitud vectorial. Consideremos dos masas, m y $2m$, separadas por una distancia d:



Existe un punto en el espacio entre ellas donde los campos gravitatorios se anulan mutuamente. Aplicando el principio de superposición:

$$G \cdot \frac{m}{x^2} = G \cdot \frac{2m}{(d-x)^2}.$$

Cancelando términos comunes y resolviendo para x:

$$\frac{1}{x^2} = \frac{2}{(d-x)^2} \quad \Rightarrow \quad (d-x)^2 = 2x^2 \quad \Rightarrow \quad d - x = \sqrt{2}x \quad \Rightarrow \quad x = \frac{d}{1+\sqrt{2}}.$$

Por lo tanto, el campo gravitatorio puede ser nulo en una región del espacio cercano a las dos partículas.

ii. ¿Y el potencial gravitatorio?

El potencial gravitatorio es una magnitud escalar. Para dos masas, m y $2m$, el potencial total en cualquier punto es la suma algebraica de los potenciales individuales:

$$V = -G \cdot \frac{m}{x} - G \cdot \frac{2m}{d-x}.$$

Como ambos términos son negativos, nunca se anulan entre sí. Entonces, el potencial gravitatorio nunca es nulo en ninguna región del espacio.

Por lo tanto, el potencial gravitatorio no puede ser nulo en ninguna región del espacio cercano a las dos partículas.

b) **Dos masas de 2 kg y 5 kg se encuentran situadas en los puntos (0,3) m y (4,0) m, respectivamente. Calcule:**

i. **El potencial gravitatorio en el origen de coordenadas.**

Aplicamos el principio de superposición para calcular el potencial gravitatorio en el origen:

$$V = -G \cdot \frac{m_1}{r_1} - G \cdot \frac{m_2}{r_2},$$

donde

$$r_1 = \sqrt{0^2 + 3^2} = 3\,\text{m} \quad \text{y} \quad r_2 = \sqrt{4^2 + 0^2} = 4\,\text{m}.$$

Entonces,

$$V = -6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{2}{3} - 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5}{4} = -1{,}28 \cdot 10^{-10}\,\text{J/kg}.$$

Por lo tanto, el potencial gravitatorio en el origen de coordenadas es $V \approx -1{,}28 \cdot 10^{-10}\,\text{J/kg}$.

ii. **El trabajo necesario para desplazar una masa de 10 kg desde el origen de coordenadas al punto (4,3) m y comente el resultado obtenido.**

Como el campo gravitatorio es conservativo, el trabajo realizado es igual a la variación de la energía potencial:

$$W = -\Delta E_\text{p} = -m \cdot (V_f - V_i).$$

Calculamos el potencial en el punto final $(4, 3)$:

$$V_f = -G \cdot \frac{m_1}{r_1'} - G \cdot \frac{m_2}{r_2'},$$

donde

$$r_1' = \sqrt{4^2 + 0^2} = 4\,\text{m} \quad \text{y} \quad r_2' = \sqrt{0^2 + 3^2} = 3\,\text{m}.$$

Entonces,

$$V_f = -6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{2}{4} - 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5}{3} = -1{,}45 \cdot 10^{-10}\,\text{J/kg}.$$

El potencial inicial en el origen es $V_i = -1{,}28 \cdot 10^{-10}$ J/kg. Así,

$$W = -10 \cdot (-1{,}45 \cdot 10^{-10} - (-1{,}28 \cdot 10^{-10})) \cdot 10\,\text{kg} = 1{,}7 \cdot 10^{-10}\,\text{J}.$$

Por lo tanto, el trabajo necesario es $W = 1{,}7 \cdot 10^{-10}$ J. El trabajo es positivo, lo que indica que las fuerzas del campo gravitatorio realizan el trabajo al mover la masa desde un punto de mayor potencial hacia uno de menor potencial.

Ejercicio 2. Campo Electromagnético

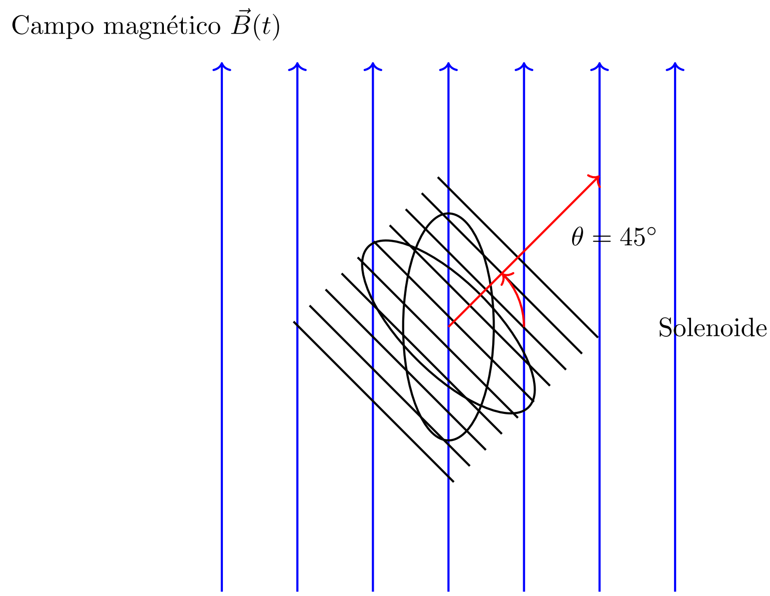
a) Un solenoide de N espiras se encuentra inmerso en un campo magnético variable con el tiempo. El eje del solenoide forma un ángulo de 45° con el campo. Razone, apoyándose de un esquema, qué ocurriría con la fuerza electromotriz inducida si:
   i. El número de espiras fuera el doble.
   ii. El ángulo entre el eje y el campo fuera el doble del inicial.

b) Una espira cuadrada penetra en un campo magnético uniforme de 2 T, perpendicular al plano de la espira. Mientras entra, la superficie de la espira afectada por el campo magnético aumenta según la expresión $S(t) = 0{,}25\,t\,\mathrm{m}^2$.
   i. Realice un esquema que muestre el sentido de la corriente inducida en la espira y los campos magnéticos implicados (externo e inducido).
   ii. Calcule razonadamente la fuerza electromotriz inducida en la espira.

Solución:

a) Un solenoide de N espiras se encuentra inmerso en un campo magnético variable con el tiempo. El eje del solenoide forma un ángulo de 45° con el campo. Razone, apoyándose de un esquema, qué ocurriría con la fuerza electromotriz inducida si:
   i. El número de espiras fuera el doble.

Comenzamos representando la situación descrita por el enunciado:



La fuerza electromotriz inducida en un solenoide está dada por la Ley de Faraday-Lenz:

$$\mathcal{E} = -N \cdot \frac{d\Phi}{dt},$$

donde Φ es el flujo magnético a través de una espira, y N es el número de espiras. El flujo magnético se calcula como:

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos\alpha.$$

Dado que el solenoide está inmerso en un campo magnético variable en el tiempo, el flujo también es variable. Si el número de espiras se duplica, es decir, $N' = 2N$, entonces la fuerza electromotriz inducida se modifica proporcionalmente:

$$\mathcal{E}' = -N' \cdot \frac{d\Phi}{dt} = -2N \cdot \frac{d\Phi}{dt} = 2 \cdot \mathcal{E}.$$

Por lo tanto, si el número de espiras se duplica, la fuerza electromotriz inducida también se duplica.

ii. El ángulo entre el eje y el campo fuera el doble del inicial.

Inicialmente, el ángulo es $\alpha = 45°$. Si el ángulo se duplica, entonces $\alpha' = 90°$. El flujo magnético con el nuevo ángulo será:

$$\Phi' = B \cdot S \cdot \cos 90° = B \cdot S \cdot 0 = 0.$$

Así, la derivada temporal del flujo también será nula:

$$\frac{d\Phi'}{dt} = 0.$$

Entonces, la fuerza electromotriz inducida será:

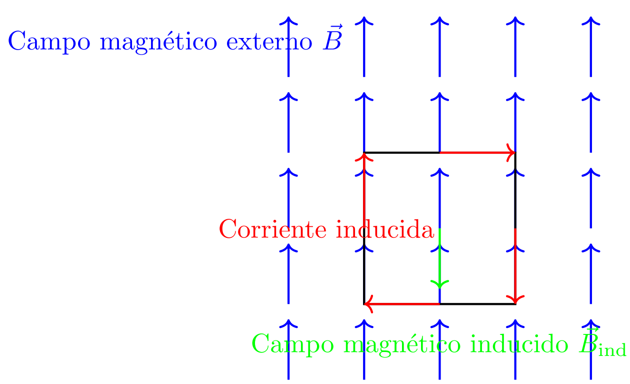
$$\mathcal{E}' = -N \cdot \frac{d\Phi'}{dt} = -N \cdot 0 = 0.$$

Por lo tanto, si el ángulo entre el eje del solenoide y el campo magnético se duplica hasta 90°, la fuerza electromotriz inducida se anula.

b) Una espira cuadrada penetra en un campo magnético uniforme de 2 T, perpendicular al plano de la espira. Mientras entra, la superficie de la espira afectada por el campo magnético aumenta según la expresión $S(t) = 0{,}25\,t\,\mathrm{m}^2$.

i. Realice un esquema que muestre el sentido de la corriente inducida en la espira y los campos magnéticos implicados (externo e inducido).

El esquema pedido es:



Al entrar la espira en el campo magnético externo de $B = 2\,\mathrm{T}$, el flujo magnético a través de la espira aumenta con el tiempo debido a la relación $S(t) = 0{,}25\,t\,\mathrm{m}^2$. Según la ley de Faraday, este cambio en el flujo induce una corriente en la espira, cuya dirección se determina por la regla de Lenz. Dado que el flujo magnético está aumentando, la corriente inducida generará un campo magnético en sentido contrario al campo externo para oponerse a dicho cambio. Por lo tanto, la corriente inducida en la espira será en sentido antihorario (vista desde arriba), creando un campo magnético inducido $\vec{B}_{\text{ind}}$ que apunta hacia abajo, o en oposición al campo magnético externo que entra en la espira.

Por lo tanto, la corriente inducida en la espira tiene un sentido horario, generando un campo magnético que contrarresta el campo externo creciente.

ii. Calcule razonadamente la fuerza electromotriz inducida en la espira.

La fuerza electromotriz inducida en una espira viene dada por la Ley de Faraday-Lenz:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt},$$

donde el flujo magnético Φ está dado por:

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos\theta.$$

Dado que el campo magnético es perpendicular al plano de la espira, $\theta = 0^\circ$ y $\cos 0^\circ = 1$. Por lo tanto:

$$\Phi(t) = B \cdot S(t) = 2\,\mathrm{T} \cdot 0{,}25\,t\,\mathrm{m}^2 = 0{,}5\,t\,\mathrm{Wb}.$$

Calculamos la derivada del flujo respecto al tiempo:

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{d}{dt}(0{,}5\,t) = 0{,}5\,\frac{\mathrm{Wb}}{\mathrm{s}}.$$

Entonces, la fuerza electromotriz inducida es:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -0{,}5\,\mathrm{V}.$$

Por lo tanto, la fuerza electromotriz inducida en la espira es $\boldsymbol{\mathcal{E} = -0{,}5\,\mathrm{V}}$.

Ejercicio 3. Óptica

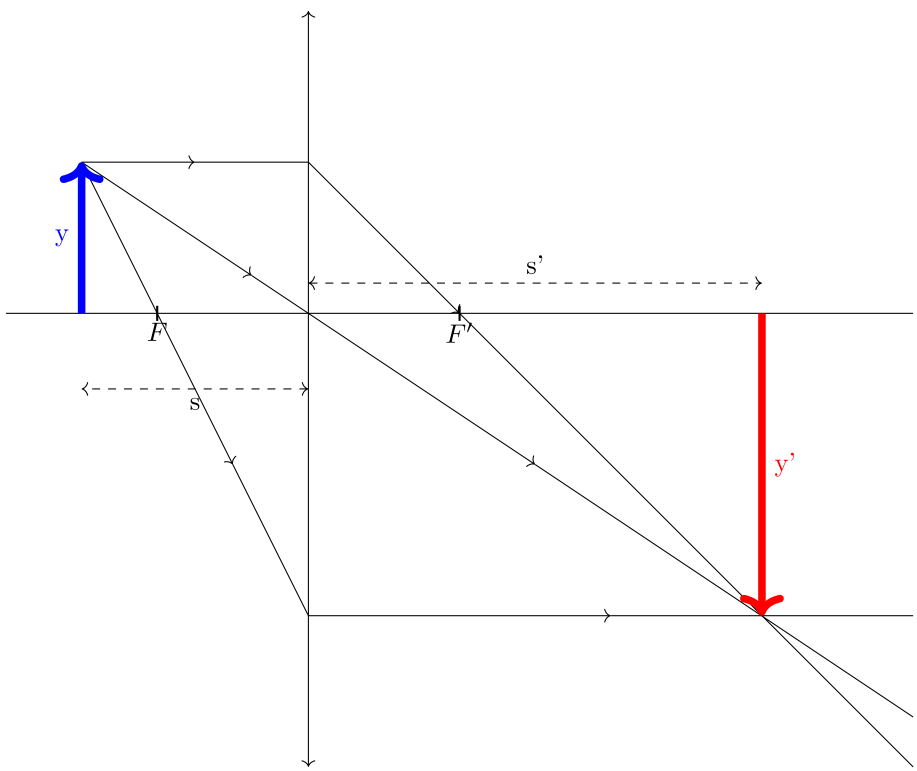
a) **Determine, mediante trazado de rayos, la imagen que se produce en una lente convergente para un objeto situado a una distancia de la lente:**
   i. **Entre una y dos veces la distancia focal.**
   ii. **A más de dos veces la distancia focal.**
   Indique, razonadamente, la naturaleza de la imagen en ambos casos.

b) **Situamos un objeto de 0,4 m de altura a 0,2 m de una lente convergente de 0,6 m de distancia focal.**
   i. **Realice la construcción geométrica del trazado de rayos.**
   ii. **Calcule de forma razonada: la posición, el tamaño y la naturaleza de la imagen formada.**

Solución:

a) **Determine, mediante trazado de rayos, la imagen que se produce en una lente convergente para un objeto situado a una distancia de la lente:**
   i. **Entre una y dos veces la distancia focal.**

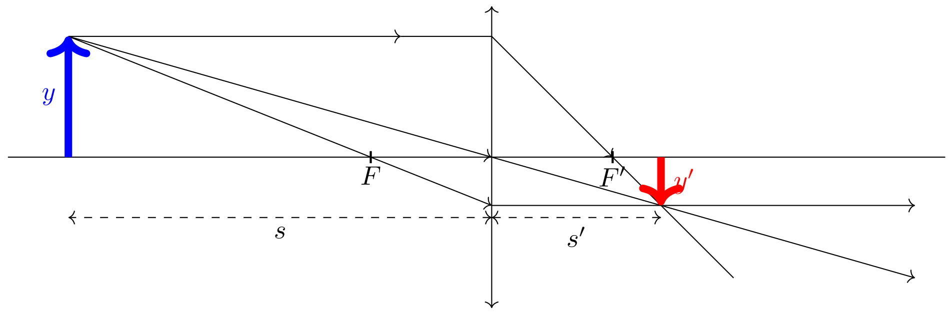
El trazado de rayos es:



Por lo tanto, la imagen es real, mayor e invertida.

ii. **A más de dos veces la distancia focal.**

El trazado de rayos es:

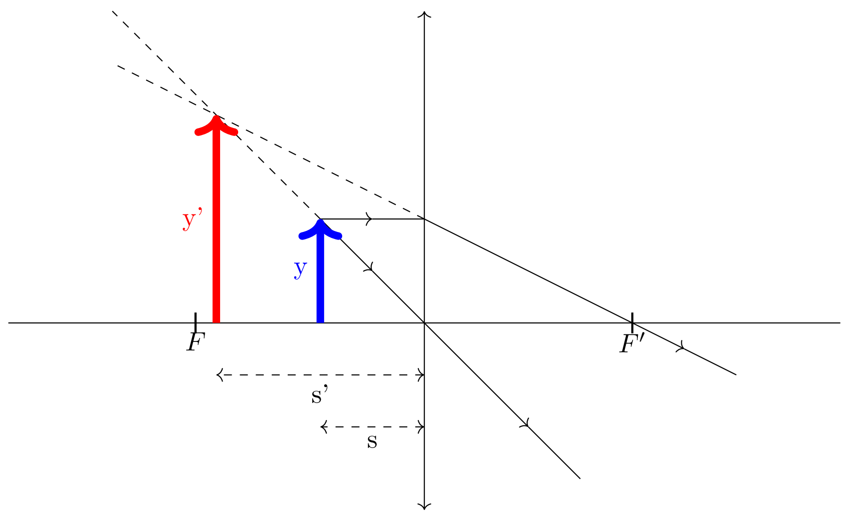


Por lo tanto, la imagen es real, menor e invertida.

b) **Situamos un objeto de 0,4 m de altura a 0,2 m de una lente convergente de 0,6 m de distancia focal.**

i. **Realice la construcción geométrica del trazado de rayos.**

El trazado de rayos es:



Por lo tanto, la construcción geométrica muestra la formación de una imagen virtual, derecha y de mayor tamaño ya que se cruzan las prolongaciones de los rayos.

ii. **Calcule de forma razonada: la posición, el tamaño y la naturaleza de la imagen formada.**

Tenemos que $f' = 0{,}6\,\mathrm{m}$, $s = -0{,}2\,\mathrm{m}$ e $y = 0{,}4\,\mathrm{m}$. Usamos la ecuación de Gauss para lentes delgadas:

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{s'} = \frac{1}{0,6} - \frac{1}{0,2} \quad \Rightarrow \quad s' = -\frac{3}{10} = -0{,}3\,\mathrm{m}.$$

Para obtener el tamaño de la imagen (y'), tenemos en cuenta que

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \quad \Rightarrow \quad y' = -\frac{y \cdot s'}{s} = \frac{0{,}4\,\mathrm{m} \cdot (-0{,}3\,\mathrm{m})}{-0{,}2\,\mathrm{m}} = 0{,}6\,\mathrm{m}.$$

Por lo tanto, la imagen se forma a 0,3 m a la izquierda de la lente, es virtual, derecha y tiene una altura de 0,6 m.

Ejercicio 4. Física Moderna

a) **Dos partículas de diferente masa tienen asociada una misma longitud de onda de De Broglie. Sabiendo que la energía cinética de una de ellas es el doble que la otra, determine la relación entre sus masas.**

b) **Se acelera un protón desde el reposo mediante una diferencia de potencial de 1000 V. Determine:**
   i. **La velocidad que adquiere el protón.**
   ii. **Su longitud de onda de De Broglie.**

Datos: $m_p = 1{,}7 \cdot 10^{-27}$ **kg;** $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ **J s;** $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ **C**

Solución:

a) **Dos partículas de diferente masa tienen asociada una misma longitud de onda de De Broglie. Sabiendo que la energía cinética de una de ellas es el doble que la otra, determine la relación entre sus masas.**

Sabemos que la longitud de onda de De Broglie está dada por:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}.$$

Como ambas partículas tienen la misma longitud de onda, se cumple que:

$$\lambda_1 = \lambda_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{h}{m_1 v_1} = \frac{h}{m_2 v_2} \quad \Rightarrow \quad m_1 v_1 = m_2 v_2.$$

Además, la energía cinética de cada partícula está dada por:

$$E_{c1} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \quad \text{y} \quad E_{c2} = \frac{1}{2} m_2 v_2^2.$$

Según el enunciado, una de las energías cinéticas es el doble que la otra. Supongamos que:

$$E_{c1} = 2E_{c2}.$$

Entonces:

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = 2\left(\frac{1}{2} m_2 v_2^2\right) \quad \Rightarrow \quad m_1 v_1^2 = 2 m_2 v_2^2.$$

De la relación $m_1 v_1 = m_2 v_2$, podemos despejar v_1:

$$v_1 = \frac{m_2}{m_1} v_2.$$

Sustituyendo en la ecuación de las energías cinéticas:

$$m_1 \left(\frac{m_2}{m_1} v_2\right)^2 = 2 m_2 v_2^2 \quad \Rightarrow \quad \frac{m_2^2}{m_1} v_2^2 = 2 m_2 v_2^2.$$

Cancelando v_2^2 y simplificando:

$$\frac{m_2^2}{m_1} = 2 m_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{m_2}{m_1} = 2 \quad \Rightarrow \quad m_2 = 2m_1.$$

Por lo tanto, la masa de la partícula 2 es el doble de la masa de la particula 1, es decir, $\boldsymbol{m_2 = 2m_1}$**.**

b) Se acelera un protón desde el reposo mediante una diferencia de potencial de 1000 V. Determine:

i. La velocidad que adquiere el protón.

Al acelerar el protón mediante una diferencia de potencial V, la energía cinética adquirida es igual al trabajo realizado por el campo eléctrico, dado por:

$$E_c = eV.$$

Donde:

$$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \quad \text{y} \quad V = 1000\,\mathrm{V}.$$

Calculamos la energía cinética:

$$E_c = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 1000\,\mathrm{V} = 1{,}6 \cdot 10^{-16}\,\mathrm{J}.$$

La energía cinética también se expresa como:

$$E_c = \frac{1}{2} m_p v^2.$$

Despejando la velocidad v:

$$v = \sqrt{\frac{2E_c}{m_p}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-16}\,\mathrm{J}}{1{,}7 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}}} = 433860,915\,\mathrm{m/s}.$$

Por lo tanto, la velocidad que adquiere el protón es $\boldsymbol{v = 433860,915\,\mathrm{m/s}}$.

ii. Su longitud de onda de De Broglie.

La longitud de onda de De Broglie se calcula mediante la fórmula:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m_p v}.$$

Sustituyendo los valores:

$$\lambda = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s}}{1{,}7 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg} \cdot 433860,915\,\mathrm{m/s}} = 8,99 \cdot 10^{-13}\,\mathrm{m}.$$

Por lo tanto, la longitud de onda de De Broglie del protón es $\boldsymbol{\lambda = 8,99 \cdot 10^{-13}\,\mathrm{m}}$.

Ejercicio 5. Campo Gravitatorio

a) **¿Se cumple siempre que el aumento de energía cinética es igual a la disminución de energía potencial? Justifique la respuesta.**

b) **Un cuerpo de 0,5 kg se lanza hacia arriba por un plano inclinado, que forma 30º con la horizontal, con una velocidad inicial de 5 m s^{-1}. El coeficiente de rozamiento es 0,2.**

  i. **Dibuje en un esquema las fuerzas que actúan sobre el cuerpo, cuando sube y cuando baja por el plano.**

  ii. **Determine, mediante consideraciones energéticas la altura máxima que alcanza el cuerpo.**

  iii. **Determine, mediante consideraciones energéticas la velocidad con la que vuelve al punto de partida.**

Dato: $g = 9{,}8\,\mathrm{m\ s^{-2}}$

Solución:

a) **¿Se cumple siempre que el aumento de energía cinética es igual a la disminución de energía potencial? Justifique la respuesta.**

El Teorema del Trabajo y la Energía Cinética establece que el trabajo de todas las fuerzas sobre un cuerpo es igual a la variación de su energía cinética:

$$W_{\text{Total}} = \Delta E_{\text{c}}$$

Además, el trabajo de una fuerza conservativa está relacionado con la variación de la energía potencial:

$$W_{\text{conservativa}} = -\Delta E_{\text{p}}.$$

Si actúan fuerzas conservativas y no conservativas, podemos expresar:

$$W_{\text{Total}} = W_{\text{conservativa}} + W_{\text{no conservativa}} \quad \Rightarrow \quad \Delta E_{\text{c}} = -\Delta E_{\text{p}} + W_{\text{no conservativa}}.$$

Si $W_{\text{no conservativa}} = 0$, entonces

$$\Delta E_{\text{c}} = -\Delta E_{\text{p}}.$$

En este caso, el aumento de energía cinética coincide con la disminución de energía potencial. Sin embargo, si $W_{\text{no conservativa}} \neq 0$, entonces la relación $\Delta E_{\text{c}} = -\Delta E_{\text{p}}$ no se cumple.

Por lo tanto, el aumento de energía cinética es igual a la disminución de energía potencial sólo cuando no actúan fuerzas no conservativas.

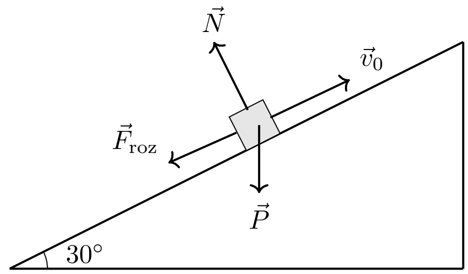
b) **Un cuerpo de 0,5 kg se lanza hacia arriba por un plano inclinado, que forma 30º con la horizontal, con una velocidad inicial de 5 m s^{-1}. El coeficiente de rozamiento es 0,2.**

  i. **Dibuje en un esquema las fuerzas que actúan sobre el cuerpo, cuando sube y cuando baja por el plano.**

  Los esquemas de las fuerzas (y velocidad inicial) son:

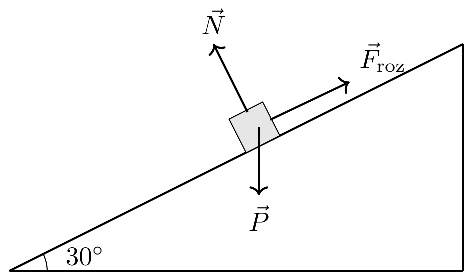
  <u>Cuando sube:</u>

  * *Peso (P)*: Actúa verticalmente hacia abajo.
  * *Fuerza normal ($\vec{N}$)*: Perpendicular al plano inclinado.
  * *Fuerza de rozamiento ($\vec{F}_{roz}$)*: Opuesta al movimiento, dirigida hacia abajo por el plano.
  * *Velocidad inicial ($\vec{v}_0$)*: Dirección hacia arriba por el plano.



Cuando baja:

- ∗ *Peso (P)*: Actúa verticalmente hacia abajo.
- ∗ *Fuerza normal ($\vec{N}$)*: Perpendicular al plano inclinado.
- ∗ *Fuerza de rozamiento ($\vec{F}_{roz}$)*: Opuesta al movimiento, dirigida hacia arriba por el plano.



Por lo tanto, las fuerzas que actúan sobre el cuerpo varían dependiendo de la dirección del movimiento.

ii. Determine, mediante consideraciones energéticas la altura máxima que alcanza el cuerpo.

Aplicamos el principio de conservación de la energía considerando el trabajo realizado por las fuerzas no conservativas (rozamiento):

$$\Delta E_{\text{c}} + \Delta E_{\text{p}} = W_{\text{no conservativa}}.$$

En la subida, la energía cinética disminuye y la energía potencial aumenta. El trabajo de la fuerza de rozamiento es negativo:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 - F_{\text{roz}}d = mgh,$$

donde

$$F_{\text{roz}} = \mu \cdot N = \mu \cdot mg\cos\theta \quad \text{y} \quad d = \frac{h}{\sin\theta}.$$

Reemplazando:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = mgh + \mu mg\cos\theta \cdot \frac{h}{\sin\theta}.$$

Factorizando mh:

$$\frac{1}{2}v_0^2 = gh\left(1 + \mu \cdot \frac{\cos\theta}{\sin\theta}\right).$$

Resolviendo para h:

$$h = \frac{\frac{1}{2}v_0^2}{g\,(1+\mu\cot\theta)} = \frac{\frac{1}{2}\cdot 5^2}{9{,}8\cdot(1+0{,}2\cdot\cot 30^\circ)} = 0{,}95\,\text{m}.$$

Por lo tanto, la altura máxima que alcanza el cuerpo es $h = 0{,}95$ m.

iii. Determine, mediante consideraciones energéticas la velocidad con la que vuelve al punto de partida.

Cuando el cuerpo desciende, recupera la energía potencial y debe vencer nuevamente el trabajo de rozamiento. Aplicamos la conservación de la energía:

$$\Delta E_{\mathrm{c}} + \Delta E_{\mathrm{p}} = W_{\text{no conservativa}}.$$

En la bajada, la energía potencial disminuye y la energía cinética aumenta. El trabajo de la fuerza de rozamiento es negativo:

$$mgh - F_{\mathrm{roz}} d = \frac{1}{2} m v_{\mathrm{final}}^2.$$

Reemplazando F_{roz} y d como en la parte anterior:

$$9,8 \cdot 0,95 - 0,2 \cdot 9,8 \cdot \cos 30^\circ \cdot 0,95 = \frac{1}{2} v_{\mathrm{final}}^2 \quad \Rightarrow \quad v_{\mathrm{final}} = \sqrt{12{,}16} = 3{,}49 \,\mathrm{m\ s^{-1}}.$$

Por lo tanto, la velocidad con la que vuelve al punto de partida es $v = 3{,}49$ m s^{-1}.

Ejercicio 6. Campo Electromagnético

a) **Un electrón se mueve por una región del espacio donde existen campos eléctrico y magnético uniformes, de forma que la fuerza neta que actúa sobre el electrón es nula.**
   i. **Discuta razonadamente, con la ayuda de un esquema, cómo deben ser las direcciones y sentidos de los campos.**
   ii. **Determine la expresión del módulo de la velocidad de la partícula para que esto ocurra.**

b) **Tenemos dos conductores rectilíneos verticales y muy largos, dispuestos paralelamente y separados 3,5 m. Por el primero circula una intensidad de 3 A hacia arriba.**
   i. **Calcule razonadamente el valor y el sentido de la corriente que debe circular por el segundo conductor para que el campo magnético en un punto situado entre los dos conductores y a 1,5 m del primero sea nulo.**
   ii. **Realice un esquema representando las magnitudes implicadas.**

Dato: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ **T m A**$^{-1}$

Solución:

a) **Un electrón se mueve por una región del espacio donde existen campos eléctrico y magnético uniformes, de forma que la fuerza neta que actúa sobre el electrón es nula.**
   i. **Discuta razonadamente, con la ayuda de un esquema, cómo deben ser las direcciones y sentidos de los campos.**

Para que la fuerza neta sobre el electrón sea nula, las fuerzas eléctrica ($\vec{F}_E$) y magnética ($\vec{F}_B$) deben cancelarse mutuamente:

$$\vec{F}_E + \vec{F}_B = 0,$$

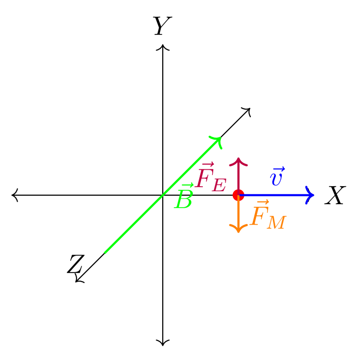
donde

$$\vec{F}_E = q \cdot \vec{E} \quad \text{y} \quad \vec{F}_B = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B}).$$

Para que $\vec{F}_E$ y $\vec{F}_B$ sean iguales en magnitud y opuestas en dirección, es necesario que

$$\vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B}.$$

Entonces,



Por lo tanto, los campos eléctrico y magnético deben ser perpendiculares entre sí y orientados de manera que $\vec{E}$ sea igual y opuesto a $\vec{v} \times \vec{B}$.

   ii. **Determine la expresión del módulo de la velocidad de la partícula para que esto ocurra.**

Para que la fuerza neta sea nula:

$$|\vec{F}_E| = |\vec{F}_B|,$$

donde:

$$F_E = |q| \cdot E \quad \text{y} \quad F_B = |q| \cdot v \cdot B \cdot \sin\theta.$$

Como los campos son perpendiculares ($\theta = 90°$), $\sin 90° = 1$. Entonces,

$$|q| \cdot E = |q| \cdot v \cdot B \cdot 1 \quad \Rightarrow \quad E = v \cdot B.$$

Resolviendo para v:

$$v = \frac{E}{B}.$$

Por lo tanto, la velocidad de la partícula debe ser $\boldsymbol{v = \frac{E}{B}}$ para que la fuerza neta sobre el electrón sea nula.

b) **Tenemos dos conductores rectilíneos verticales y muy largos, dispuestos paralelamente y separados 3,5 m. Por el primero circula una intensidad de 3 A hacia arriba.**

i. **Calcule razonadamente el valor y el sentido de la corriente que debe circular por el segundo conductor para que el campo magnético en un punto situado entre los dos conductores y a 1,5 m del primero sea nulo.**

El campo magnético generado por un conductor rectilíneo largo está dado por la ley de Ampère:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r},$$

donde

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\text{T m A}^{-1}, \quad I = \text{intensidad de corriente}, \quad r = \text{distancia al conductor}.$$

Para que el campo magnético en el punto P (situado a 1,5 m del primer conductor y a 2 m del segundo, ya que la separación total es 3,5 m) sea nulo, los campos magnéticos generados por ambos conductores deben ser iguales en magnitud y opuestos en dirección. Sea I_2 la intensidad de corriente en el segundo conductor:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_1} = \frac{\mu_0 \cdot 3}{2\pi \cdot 1{,}5},$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r_2} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi \cdot 2}.$$

Para que $B_1 = B_2$:

$$\frac{\mu_0 \cdot 3}{2\pi \cdot 1{,}5} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi \cdot 2}.$$

Cancelando términos comunes:

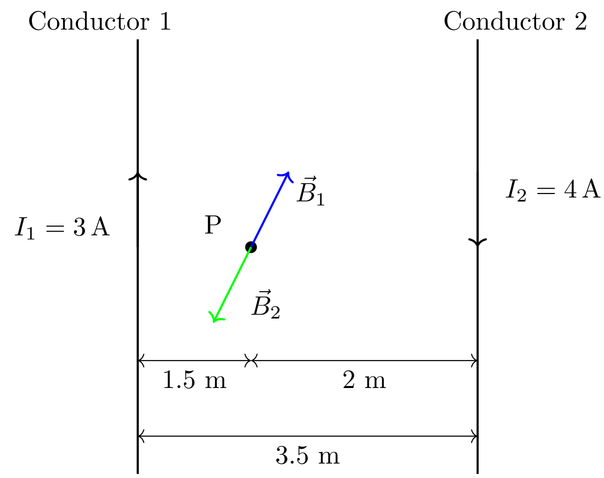
$$\frac{3}{1{,}5} = \frac{I_2}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{3}{1{,}5} \cdot 2 = I_2 \quad \Rightarrow \quad I_2 = 4\,\text{A}.$$

Aplicando la regla de la mano derecha, si las corrientes en ambos conductores fluyen en sentidos opuestos, los campos magnéticos en el punto P se anularán. Dado que en el primer conductor la corriente va hacia arriba, en el segundo conductor la corriente debe ir hacia abajo para que los campos magnéticos se cancelen en el punto intermedio.

Por lo tanto, la corriente que debe circular por el segundo conductor es de 4 A hacia abajo.

ii. Realice un esquema representando las magnitudes implicadas.

El esquema pedido es:



Por lo tanto, el esquema muestra cómo las corrientes en los conductores generan campos magnéticos que se anulan en el punto P cuando las corrientes son opuestas y de magnitudes adecuadas.

Ejercicio 7. Ondas

a) ¿Qué significa que una onda armónica viajera tenga doble periodicidad? Realice las gráficas necesarias para representar ambas periodicidades.

b) Una onda viajera viene dada por la ecuación:

$$\boldsymbol{y(x,t) = 20\cos(10t - 50x)\ (\text{S.I.}).}$$

Calcule:

i. Su velocidad de propagación.

ii. La ecuación de la velocidad de oscilación y su valor máximo.

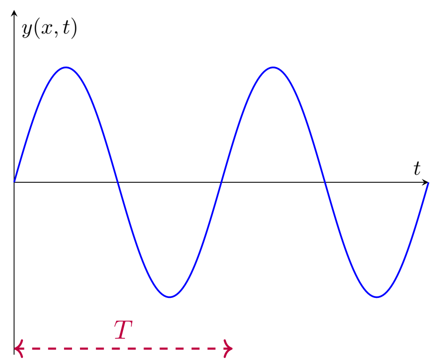
iii. La ecuación de la aceleración y su valor máximo.

Solución:

a) ¿Qué significa que una onda armónica viajera tenga doble periodicidad? Realice las gráficas necesarias para representar ambas periodicidades.

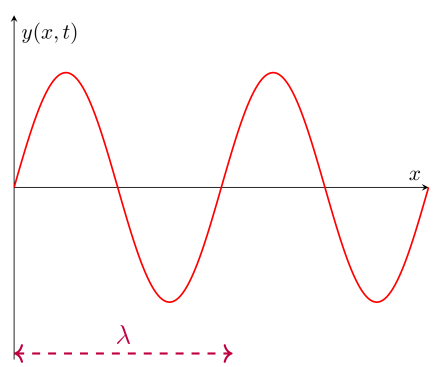
Significa que la onda es periódica tanto en el tiempo como en el espacio, es decir, se repite cada cierto intervalo de tiempo T (periodo) y cada cierta distancia λ (longitud de onda). Para demostrarlo, sustituimos en la ecuación general de una onda $y(x,t)$ por $t+T$ o bien por $x+\lambda$ y observamos que la ecuación no se modifica:

$$y(x,t+T) = A\sin\left(\omega(t+T) - kx\right) = A\sin(\omega t + \frac{2\pi}{T}T - kx) = A\sin\left(\omega t - kx\right) = y(x,t).$$



De manera similar, sustituyendo x por $x+\lambda$:

$$y(x+\lambda,t) = A\sin\left(\omega t - k(x+\lambda)\right) = A\sin(\omega t - kx - \frac{2\pi}{\lambda}\lambda) = A\sin\left(\omega t - kx\right) = y(x,t).$$



Por lo tanto, una onda tiene doble periodicidad cuando es periódica tanto en el tiempo como en el espacio, es decir, se repite cada cierto intervalo de tiempo T (periodo) y cada cierta distancia λ (longitud de onda).

b) Una onda viajera viene dada por la ecuación:

$$\boldsymbol{y(x,t) = 20\cos(10t - 50x)\ \text{(S.I.)}.}$$

Calcule:

i. Su velocidad de propagación.

Comparando la ecuación dada con la forma general de una onda armónica viajera $y(x,t) = A\cos(\omega t - kx)$, identificamos que:

$$\omega = 10\,\mathrm{s}^{-1}, \quad k = 50\,\mathrm{m}^{-1}.$$

La velocidad de propagación v se calcula como:

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{10}{50} = 0.2\,\mathrm{m/s}.$$

Por lo tanto, la velocidad de propagación es $v = 0.2\,\mathrm{m/s}$.

ii. La ecuación de la velocidad de oscilación y su valor máximo.

La velocidad de oscilación $v(x,t)$ se obtiene derivando $y(x,t)$ con respecto al tiempo t:

$$v(x,t) = \frac{\partial y}{\partial t} = -20 \cdot 10 \cdot \sin(10t - 50x) = -200\sin(10t - 50x)\,\mathrm{m/s}.$$

El valor máximo de la velocidad de oscilación es:

$$v_{\text{máx}} = 200\,\mathrm{m/s}.$$

Por lo tanto, la ecuación de la velocidad de oscilación es $v(x,t) = -200\sin(10t - 50x)\,\mathrm{m/s}$ y su valor máximo es $200\,\mathrm{m/s}$.

iii. La ecuación de la aceleración y su valor máximo.

La aceleración $a(x,t)$ se obtiene derivando $v(x,t)$ con respecto al tiempo t:

$$a(x,t) = \frac{\partial v}{\partial t} = -200 \cdot 10 \cdot \cos(10t - 50x) = -2000\cos(10t - 50x)\,\mathrm{m/s}^2.$$

El valor máximo de la aceleración es:

$$a_{\text{máx}} = 2000\,\mathrm{m/s}^2.$$

Por lo tanto, la ecuación de la aceleración es $a(x,t) = -2000\cos(10t - 50x)\,\mathrm{m/s}^2$ y su valor máximo es $2000\,\mathrm{m/s}^2$.

Ejercicio 8. Física Moderna

a) **El $^{214}_{82}$Pb emite una partícula alfa y se transforma en mercurio (Hg) que, a su vez, emite una partícula beta y se transforma en talio (Tl). Escriba, razonadamente, las reacciones de desintegración descritas.**

b) **Se dispone inicialmente de una muestra radiactiva que contiene $6 \cdot 10^{21}$ átomos de un isótopo de Co, cuyo periodo de semidesintegración es de 77,27 días. Calcule:**
   i. **La constante de desintegración radiactiva del isótopo de Co.**
   ii. **La actividad inicial de la muestra.**
   iii. **El número de átomos que se han desintegrado al cabo de 180 días.**

Solución:

a) **El $^{214}_{82}$Pb emite una partícula alfa y se transforma en mercurio (Hg) que, a su vez, emite una partícula beta y se transforma en talio (Tl). Escriba, razonadamente, las reacciones de desintegración descritas.**

Al emitir una partícula alfa, el plomo ($^{214}_{82}$Pb) pierde dos protones y dos neutrones. Por lo tanto, su número atómico disminuye en 2 unidades y su número másico en 4 unidades, transformándose en mercurio ($^{210}_{80}$Hg). La reacción de desintegración es:

$$\boldsymbol{^{214}_{82}\mathrm{Pb} \rightarrow \, ^{210}_{80}\mathrm{Hg} + \, ^{4}_{2}\mathrm{He}.}$$

Luego, el mercurio ($^{210}_{80}$Hg) emite una partícula beta, lo que implica la conversión de un neutrón en un protón dentro del núcleo. De esta manera, el número atómico aumenta en 1 unidad, mientras que el número másico permanece igual, transformándose en talio ($^{210}_{81}$Tl). La reacción de desintegración es:

$$\boldsymbol{^{210}_{80}\mathrm{Hg} \rightarrow \, ^{210}_{81}\mathrm{Tl} + \, ^{0}_{-1}\beta.}$$

b) **Se dispone inicialmente de una muestra radiactiva que contiene $6 \cdot 10^{21}$ átomos de un isótopo de Co, cuyo periodo de semidesintegración es de 77,27 días. Calcule:**
   i. **La constante de desintegración radiactiva del isótopo de Co.**

La ley de desintegración radiactiva está dada por:

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t},$$

donde

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}},$$

y $T_{1/2}$ es el periodo de semidesintegración. Con los datos proporcionados:

$$T_{1/2} = 77{,}27\,\text{días} = 77{,}27 \cdot 86400\,\text{s} = 6{,}666 \cdot 10^6\,\text{s}.$$

Calculamos la constante de desintegración:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{6{,}666 \cdot 10^6\,\text{s}} = 1{,}038 \cdot 10^{-7}\,\text{s}^{-1}.$$

Por lo tanto, la constante de desintegración radiactiva es $\boldsymbol{\lambda = 1{,}038 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{s}^{-1}}$.

ii. La actividad inicial de la muestra.

La actividad A de una muestra radiactiva está dada por

$$A = \lambda N,$$

donde

$$N_0 = 6 \cdot 10^{21} \text{ átomos.}$$

Calculamos la actividad inicial:

$$A = 1{,}038 \cdot 10^{-7}\,\text{s}^{-1} \cdot 6 \cdot 10^{21} = 6{,}23 \cdot 10^{14}\,\text{Bq}.$$

Por lo tanto, la actividad inicial de la muestra es $\boldsymbol{A = 6{,}23 \cdot 10^{14}\,\textbf{Bq}}$.

iii. El número de átomos que se han desintegrado al cabo de 180 días.

Calculamos el número de átomos restantes después de $t = 180$ días:

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}.$$

Convertimos el tiempo a segundos:

$$t = 180\,\text{días} = 180 \cdot 86400\,\text{s} = 1{,}5552 \cdot 10^{7}\,\text{s}.$$

Calculamos $N(t)$:

$$N(t) = 6 \cdot 10^{21} \cdot e^{-1{,}038 \cdot 10^{-7}\,\text{s}^{-1} \cdot 1{,}5552 \cdot 10^{7}\,\text{s}} = 1{,}188 \cdot 10^{21} \text{ átomos.}$$

El número de átomos desintegrados es:

$$N_{\text{desintegrados}} = N_0 - N(t) = 6 \cdot 10^{21} - 1{,}188 \cdot 10^{21} = 4{,}812 \cdot 10^{21} \text{ átomos.}$$

Por lo tanto, al cabo de 180 días se han desintegrado $\boldsymbol{N_{\textbf{desintegrados}} = 4{,}812 \cdot 10^{21}}$ átomos.